

# APLICAÇÃO DA META-HEURÍSTICA BASEADA NA ECOLOCALIZAÇÃO DE MORCEGOS NA FLAMBAGEM DE PLACAS DE MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS

Jorge Antonio Desplanches Coutinho<sup>1</sup>

Rubem Matimoto Koide<sup>2</sup>

## RESUMO

Materiais compósitos laminados fazem parte da nova gama de materiais resultantes do avanço tecnológico na área de materiais, substituindo, em geral, os materiais metálicos. Dentre suas aplicações, as áreas aeronáutica, aeroespacial e automobilística destacam-se devido a forte busca por produtos cada vez mais otimizados, com melhores performances e redução de custos. Esse material apresenta diversas configurações. Uma maneira de buscar a melhor configuração, é otimizá-lo computacionalmente através de algoritmos, devido a sua alta complexidade. Diversos algoritmos já foram utilizados e se mostraram eficientes na otimização de compósitos laminados, entretanto, o *Bat Algorithm* não foi aplicado a esse caso, fator que representa uma chance de testá-lo e avaliá-lo para essa proposição. Para que seja considerado eficaz, deve apresentar resultados minimamente próximos aos já conhecidos e estudados anteriormente, além de convergir rapidamente para o melhor resultado, reduzindo o custo computacional. De acordo com o proposto, neste trabalho aplicou-se o algoritmo dos morcegos, através da linguagem Python, na busca pela melhor carga de flambagem em um compósito com 48 lâminas. Os resultados foram comparados com os obtidos na literatura com o algoritmo baseado na colônia de formigas. Dentre os três casos de carregamento estudados, o algoritmo proposto apresentou melhora em todos os casos, apresentando boa convergência.

<sup>1</sup> Aluno do 7º período do curso de Engenharia Mecânica da FAE Centro Universitário. Bolsista do Programa de Apoio à Iniciação Científica (PAIC 2017-2018). *E-mail*: jorgecoutinho1994@hotmail.com

<sup>2</sup> Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Professor da FAE Centro Universitário. *E-mail*: rubem.koide@fae.edu

Portanto, verificou-se que a meta-heurística *Bat Algorithm* é eficaz na otimização de materiais compósitos laminados. Como forma de continuidade ao estudo e a fim de buscar novas soluções para o mesmo trabalho, sugere-se que os parâmetros do algoritmo sejam variados e que compare-se os resultados, buscando também, os parâmetros adequados para a aplicação proposta.

Palavras-chave: Meta-heurística; *Bat Algorithm*; Otimização; Compósitos Laminados; Flambagem.

## INTRODUÇÃO

Compósitos laminados são materiais altamente tecnológicos e de alta performance. Os quais possuem diversas aplicações em especial nas indústrias aeronáutica e aeroespacial. Laminados são compostos por lâminas, as quais possuem orientações específicas e diferentes em função das fibras. Portanto, um laminado pode apresentar resultados estruturais diversos em função das variações diferentes do empilhamento das lâminas. A busca por resultados melhores exige o uso de algoritmos para determinar as melhores soluções. Assim, neste trabalho aplicou-se o algoritmo baseado na ecolocalização dos morcegos, e buscou-se a comprovação da aplicabilidade deste algoritmo na flambagem de materiais compósitos tendo em vista que não encontrou-se na literatura tal utilização.

A pesquisa está baseada na revisão bibliográfica de artigos na área de otimização estrutural e nas simulações computacionais da flambagem, com auxílio da linguagem de programação Python e da meta-heurística *bat algorithm* (YANG e GANDOMI, 2012). Ao delimitar o estudo, buscou-se um referencial teórico na bibliografia, aplicando-se apenas à uma função matemática, e somente após a comprovação da eficiência do algoritmo de morcegos aplicou-se então a compósito laminado.

Durante a fase de validação, aplicou-se o algoritmo para minimização da função Rosenbrock, na qual obteve-se uma redução de 2,90% com relação ao sugerido por AL-BETAR et al. (2017). Ao aplicá-lo a materiais compósitos notou-se sua eficácia para a aplicação proposta. Apresentou rápida convergência e chegou-se a melhora para os casos de carregamento, comparativamente com estudos anteriores que utilizaram-se de outros algoritmos (AYMERICH; SERRA, 2008).

Portanto, o presente trabalho busca estudar a carga de flambagem aplicada em materiais compósitos, otimizar estruturalmente os mesmos através das orientações das fibras e sequência de empilhamento das lâminas. O comportamento mecânico dos laminados e a meta-heurística foram desenvolvidos em software livre, Python, o que possibilita também reduzir os custos de projeto.

## 1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 1.1 ALGORITMOS

Algoritmos são métodos para resolução de problemas, os quais recebem valores iniciais, ou uma faixa de valores, como entrada e produzem um valor, ou uma faixa de

valores, como resultado. A informação é inferida, processada e retornada sob novo valor após processamento. É definido também como uma sequência finita de instruções bem definidas e não ambíguas, as quais devem ser executadas em um intervalo de tempo finito e com uma quantidade de esforço finita (CORMEN et al., 2009). Knuth (1997) exemplificou um algoritmo que lê os valores de entrada e retorna os valores organizados em ordem crescente da seguinte maneira:

**Entrada:** Sequência de  $n$  números  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ .

**Saída:** Uma permutação (reorganizada)  $(a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$  da sequência de entrada como segue:  $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$ .

A concepção de algoritmos foi normatizado pelo inglês Alan Mathison Turing em 1936, trabalhando para a inteligência britânica, no qual foi responsável pela criptoanálise da frota naval alemã. A fim de decifrar os códigos secretos das comunicações alemãs, construiu uma máquina física aplicando conceitos teóricos desenvolvidos para o modelo de computador universal, o qual consiste em aspectos lógicos como: entradas, análises, memórias, estados, transições e saída (LEAVITT, 2007).

Na classificação de algoritmos, existem aqueles baseados na natureza, conhecidos como algoritmos bioinspirados. Dentro dessa classificação, destaca-se o método baseado em inteligência coletiva, o qual estuda o comportamento coletivo de indivíduos de sistemas auto-organizados e descentralizados, como formigas, abelhas, pássaros, peixes e morcegos. Apesar de sua mínima complexidade, os membros dos grupos se auto-organizam e constantemente atualizam seus parâmetros espaciais em busca de objetivos em comum – busca de alimento, por exemplo (WANG et al., 2010).

São técnicas de otimização baseados em fatores aleatórios – métodos estocásticos. Classificadas como meta-heurísticas e poderosos métodos para resolução de muitos problemas complexos de otimização (YANG; GANDOMI, 2012). Dentre os métodos baseados em inteligência coletiva utilizados para solução de problemas de otimização, destacam-se a otimização por colônia de formigas (DORIGO; STÜLTZLE, 2004) recentemente aplicado na otimização de materiais compósitos (KOIDE, 2010) e otimização por enxame de partículas (KENNEDY; EBERHART, 1995), aplicados para minimização do peso sujeito a critérios de falha (NAIK et al., 2011).

## 1.2 OTIMIZAÇÃO

Otimização envolve o estudo do fenômeno, análise por completo do mesmo, aplicação de conceitos, métodos, desenvolvimento de algoritmos, aplicações e simulações computacionais, buscando a melhor solução para um problema. (CASTRO, 2006). A formulação matemática é parte fundamental para algoritmos serem resolvidos através de problemas de otimização. A formulação ocasiona o surgimento de diversas variáveis únicas da otimização, tais como, função objetivo, restrições a que o problema está imposto, soluções globais, locais e ótimas. Além das variáveis, busca-se sempre que o algoritmo possua uma boa velocidade de convergência para que seja considerada uma solução de qualidade.

### 1.3 *BAT ALGORITHM* – ALGORITMO BASEADO NA ECOLOCALIZAÇÃO DE MORCEGOS

Dentro da gama de algoritmos, existem os algoritmos bioinspirados. O abordado neste trabalho de pesquisa será o *Bat Algorithm*, baseado no comportamento de morcegos na busca por alimento utilizando-se da ecolocalização.

Yang e Gandomi (2012) notaram a eficiência do sistema de ecolocalização dos morcegos e percebeu que tal comportamento poderia ser formulado de maneira a ser associado com as mais diversas funções objetivo, gerando um processo de otimização.

A partir das características únicas do comportamento de morcegos, pode-se extrair os seguintes pressupostos:

1. Todos os morcegos utilizam ecolocalização para calcular a distância de seu objetivo, a presa;
2. Os morcegos voam às cegas e aleatoriamente com velocidade  $v_i$  em cada posição  $x_i$  utilizando uma frequência  $f_{min}$  – uma vez que a velocidade do som no ar é de 340 m/s – variando o comprimento da onda  $\lambda$  e intensidade sonora  $A_0$  em busca da presa. Atualizam automaticamente ajustando o comprimento de onda (ou frequência) dos pulsos emitidos e conforme se aproximam da presa, ajustam a taxa de emissão do pulso até 100% do valor inicial;
3. Embora a intensidade sonora possa variar de muitas maneiras, consideramos que apenas existe aproximação a cada iteração, e portanto, varia de um valor alto e positivo  $A_0$  para um valor mínimo constante  $A_{min}$ .

A Figura 1 ilustra um grupo de morcegos emitindo os pulsos sonoros e em busca de alimentos.

FIGURA 1 – Grupo de morcegos na busca por alimento



FONTE: Os autores (2018)

De acordo com o estudo físico das ondas sonoras, sabe-se que a velocidade de qualquer som é igual ao produto do comprimento de onda pela frequência.

$$v_{som} = \lambda f \quad (1)$$

Sendo comprimento de onda a distância entre duas cristas da onda – ou a distância entre três nós – e frequência sendo o número de emissões por um período de tempo, sendo a distância medida em metros e o tempo medido em segundos.

A taxa de pulso  $r_i$  varia de  $[0,1]$ , na qual 0 corresponde a nenhum pulso e 1 corresponde a máxima taxa de emissão de pulsos.

Considerando posição e velocidade inicial como sendo a primeira posição dos  $n$  morcegos, além de considerar a frequência de cada pulso, obtêm-se as Equações:

$$f_i = f_{min} + (f_{max} - f_{min}) \beta \quad (2)$$

$$v_{ti} = v_{ti-1} + (x_{ti} - x_{best}) f_i \quad (3)$$

$$x_{ti} = x_{ti-1} + v_{ti} \quad (4)$$

onde,  $f_{min}$  é a frequência mínima de pulso sonoro emitido,  $f_{max}$  é a frequência máxima,  $f_i$  é a frequência da iteração  $i$ ,  $v_{ti}$  é a velocidade assumida pelo morcego  $t$  durante a iteração  $i$ ,  $v_{ti-1}$  é a velocidade da iteração anterior,  $x_{best}$  é considerado a melhor solução global atual, a qual é obtida após comparar todas as soluções entre todos os  $n$  morcegos considerados,  $x_{ti}$  é a posição que o morcego  $t_i$  assume durante a iteração  $i$ ,  $x_{ti-1}$  é a posição da iteração anterior,  $\beta$  é um vetor aleatório tal que  $\beta \in [0,1]$ . Uma vez que uma

solução é selecionada entre as melhores soluções, outra solução para cada morcego será gerada localmente usando uma busca aleatória,

$$x_{novo} = x_{velho} + \varepsilon A_t \quad (5)$$

onde,  $\varepsilon \in [-1,1]$  e é um número aleatório, enquanto  $A^t = \langle A_i^t \rangle$  é a taxa média de intensidade sonora de todos os morcegos.

Além dos termos posição, velocidade e frequência, deve-se também atualizar a intensidade sonora  $A_i$  e a taxa de emissão do pulso  $r_i$  de acordo com as sucessivas iterações. A partir do momento em que o morcego acha sua presa, a intensidade sonora diminui, enquanto que a taxa de emissão do pulso aumenta, demonstrando que são variáveis inversamente proporcionais. Para atualizar as variáveis, utiliza-se das seguintes Equações:

$$A_i^{t+1} = \alpha A_i^t \quad (6)$$

$$r_i^{t+i} = r_i^0 (1 - e^{-\gamma t}) \quad (7)$$

Para qualquer  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \gamma$ , tem-se:

$$A_i^t \rightarrow 0, r_i^t \rightarrow r_i^0, \text{ com } t \rightarrow \infty \quad (8)$$

A intensidade sonora e a taxa de emissão de pulsos serão atualizadas somente se as novas soluções forem otimizadas, o que significa que os morcegos estão indo em direção a solução ótima como descrevem Yang e Gandomi (2012).

## 1.4 COMPÓSITOS LAMINADOS

Material compósito é formado pela combinação de dois ou mais materiais de naturezas distintas, de melhor desempenho em comparação com os componentes isolados (PEREIRA, 2003). Já Callister (2007) define material compósito como sendo qualquer material multifásico com as fases constituintes sendo quimicamente diferentes, de modo que haja a combinação de propriedades. Ainda ressalta que se trata de um material feito artificialmente, em contraste com um material que se forma naturalmente. Compósito laminado é composto por lâminas que possuem uma direção preferencial de alta resistência. Segundo Jones (1999), a laminação é usada para combinar os

melhores aspectos das camadas constituintes e na união dos materiais, visando chegar a um material útil.

Dentro os vários materiais compósitos, existem os laminados. Os quais são formados pelo empilhamento de lâminas. As lâminas podem ser de materiais e com orientações diferentes. Isso possibilita o desenvolvimento de diferentes compostos laminados, combinando materiais e orientações distintas. Os materiais mais utilizados em laminados estão dispostos no Quadro 1.

QUADRO 1 – Materiais utilizados em constituintes dos compósitos laminados

Fibras:	Vidro	Carbono	Boro
Matriz:	Poliéster	Epóxi	Kevlar

FONTE: Os autores (2018)

Para ilustrar a sequência de empilhamento dos laminados, existe uma notação padrão. O padrão para elencar as orientações de todas as lâminas inicia na lâmina superior e acaba na inferior. Sempre em relação a um sistema de referência (KOIDE, 2016).

A sequência dos ângulos é representada como:

$$[\theta_1/\theta_2/\theta_3/\dots/\theta_n] \text{ ou } [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n], \quad (9)$$

na qual, o laminado é composto de  $n$  lâminas, com materiais e espessuras iguais, na qual  $\theta$  representa o ângulo de orientação da lâmina em relação ao eixo de referência do composto e o sobrescrito numérico indica a posição da lâmina  $n$  em relação às demais. Caso o laminado possua lâminas sequenciais com orientações iguais, a notação pode ser simplificada.

No caso em que duas lâminas adjacentes apresentam orientações positivas e negativas, respectivamente, o sinal  $\pm$  é indicado anterior ao ângulo que representa o par de lâminas. Com relação às lâminas com orientações positivas e negativas, para toda lâmina com orientação  $+\theta$  que apresentar seu par  $-\theta$  – não necessariamente adjacente – é classificado como balanceado.

Outra classificação é a condição de simetria ou não do laminado. É dito simétrico quando as orientações são espelhadas abaixo e acima da linha média, linha que representa o plano de simetria. A notação padrão para representar simetria em um laminado é a letra  $s$  e para representar assimetria  $as$ .

Outro evento comum é quando mais de um material é utilizado nas lâminas do composto. Para indicar quais materiais foram utilizados em cada uma, adicionam-se índices, aos ângulos. A indicação das diferentes espessuras, quando é o caso, é feita da mesma maneira.



De maneira geral, o empilhamento fica indicado da seguinte maneira:

$$[\theta^{1,m,e}, \theta^{2,m,e}, \theta^{3,m,e}, \dots, \theta^{n,m,e}], \quad (10)$$

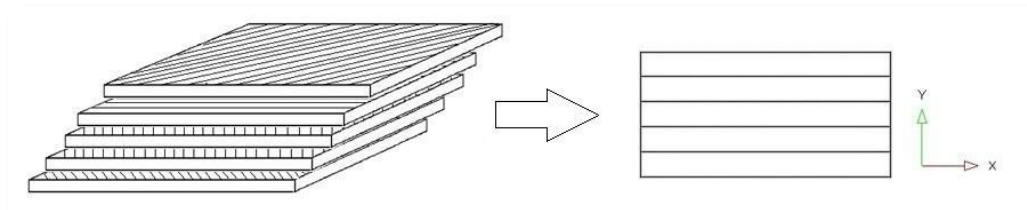
onde,  $n$  representa o número total de lâminas,  $m$  representa o material,  $e$  representa a espessura das lâminas na sequência de empilhamento.

O comportamento mecânico característico dos materiais compósitos é único, diferente dos materiais convencionais, estando intimamente ligado ao comportamento da lâmina.

Os compósitos diferem dos demais materiais, pois são sempre heterogêneos (devido à mistura de materiais) e ortotrópicos. Isto é, as propriedades dependem da posição do corpo em análise e as propriedades dependem da orientação dos pontos no corpo, além de possuir três planos mutuamente perpendiculares, nos quais existe simetria nas propriedades do material (JONES, 1999).

De modo a relacionar as propriedades do material compostos e calcular as variáveis de interesse, define-se uma placa e os eixos sobre a mesma. O equacionamento é formulado de maneira macro, na qual a lâmina é considerada homogênea e os efeitos dos materiais são detectados como uma média das propriedades do composto (JONES, 1999; PEREIRA, 2003). A Figura 2 mostra um laminado compostos por suas diversas lâminas com orientações diferentes.

FIGURA 2 – Representação de placas laminadas com diferentes orientações



FONTE: Os autores (2018)

Sabe-se que a Lei de Hooke relaciona as deformações e tensões do material, sendo representada pela Equação:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (11)$$

Partindo da Lei de Hooke e considerando as hipóteses da Teoria Clássica dos Laminados, é considerado apenas o Estado Plano de Tensões (laminados com  $\sigma_{33} = 0$ ,  $\tau_{23} = 0$  e  $\tau_{13} = 0$ ), a matriz constitutiva do compósito obtida fica da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

onde,

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{(1 - \nu_{12} \nu_{21})}; \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{(1 - \nu_{12} \nu_{21})}; \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{21} E_1}{(1 - \nu_{12} \nu_{21})}; \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (13)$$

Sendo  $\varepsilon$  a deformação normal na direção  $i$ ,  $\gamma$  é a deformação angular no plano  $ij$ ,  $E$  é a tensão normal na direção,  $\tau$  é a tensão de cisalhamento no plano,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson da lâmina no plano  $ij$ .

Define-se as equações constitutivas do material composto em um sistema de eixos de ortotropia. Entretanto, ao girar a placa em torno de um dos eixos em um ângulo  $\theta$ , os cálculos irão se tornar mais complexos. Ao realizar o balanço de forças de um elemento plano na situação de equilíbrio estático, obtém-se a matriz de transformação, a qual relaciona as tensões em ambos os eixos e ao considerar apenas tensões no plano (laminados com  $\sigma_{33} = 0$ ,  $\tau_{23} = 0$  e  $\tau_{13} = 0$ ), a matriz constitutiva do compósito obtida no sistema de eixos de referência fica da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{Q}_{11} & \underline{Q}_{12} & \underline{Q}_{16} \\ \underline{Q}_{21} & \underline{Q}_{22} & \underline{Q}_{26} \\ \underline{Q}_{63} & \underline{Q}_{62} & \underline{Q}_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

cujos termos,

$$\begin{aligned} \underline{Q}_{11} &= c^4 Q_{11} + s^4 Q_{22} + 2c^2 s^2 (Q_{12} + 2Q_{66}); \\ \underline{Q}_{12} &= c^2 s^2 (Q_{11} + Q_{22} - A Q_{66}) + (c^4 + s^4) Q_{12}; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{Q}_{22} &= s^4 Q_{11} + c^4 Q_{22} + 2c^2 s^2 (Q_{12} + 2Q_{66}); \\
 \underline{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})sc^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})s^3c \\
 \underline{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})sc^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})c^3s \\
 \underline{Q}_{66} &= c^2s^2(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{66}) + (c^4 + s^4)Q_{66}
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

onde  $c$  representa cosseno,  $s$  representa seno e  $Q_{11}$ ,  $Q_{22}$ ,  $Q_{12}$  e  $Q_{66}$  são definidos na Equação 13.

As principais hipóteses são (JONES, 1999; GÜRDAL et al., 1999; KOIDE, 2010):

- As lâminas são perfeitamente coladas;
- A resina utilizada para unir as lâminas não se deforma quando em cargas de cisalhamento e é infinitamente fina, ocasionando deslocamento contínuo através das lâminas;
- O composto laminado é considerado fino, portanto, é uma placa de pequena espessura;
- As deformações cisalhantes são nulas ( $x_z = y_z = 0$ );
- Deformação normal na direção perpendicular à superfície também é nula ( $z = 0$ ).

Da definição do campo de deslocamento na teoria clássica de laminados, o cisalhamento transversal é considerado nulo, resultando em um estado plano de tensão, no qual as tensões não nulas são:  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_{xy}$ .

No estudo do comportamento em membrana dos materiais compostos, é considerado um laminado de espessura total  $h$  com  $n$  lâminas de espessura  $h_k$  cada uma. As solicitações normais no plano do laminado são denotadas por  $N_x$  e  $N_y$ , representam as forças cortantes (PEREIRA, 2003).

Para conhecer o comportamento da lâmina, calculam-se os termos  $A$ ,  $B$  e  $D$ , que representam o comportamento de extensão, flexão e acoplamento entre extensão-flexão, respectivamente.

Para extensão, tem-se:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \underline{Q}_{ij}^k h_k \tag{16}$$

onde,  $A_{ij}$  é a matriz constitutiva (matriz de rigidez) de extensão.

Em forma matricial, os esforços,  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_{xy}$  são expressos da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

No estudo do comportamento em flexão dos materiais compostos é considerado um laminado de espessura total  $h$  com  $n$  lâminas de espessura  $h_k$  cada uma. Os momentos fletores por unidade de comprimento em torno dos eixos  $y$  e  $x$  são denotadas por  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$  e  $M_{yx}$  representam os momentos torçores (PEREIRA, 2003).

Para flexão, tem-se:

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k \frac{(Z_k^3 - Z_{k-1}^3 - 1)}{3} \quad (18)$$

onde,  $D_{ij}$  são os coeficientes da matriz constitutiva flexão.

Colocados em forma matricial, as expressões de momentos são:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

onde,  $\kappa$  representa as curvaturas que o material ao ser exposto as cargas de momento.

Os coeficientes da matriz [B] são da forma:

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k \frac{(Z_k^3 - Z_{k-1}^3 - 1)}{2} \quad (20)$$

na qual  $B_{ij}$  são os coeficientes da matriz de acoplamento flexão-extensão.

De maneira geral, o comportamento global de um laminado é da forma:

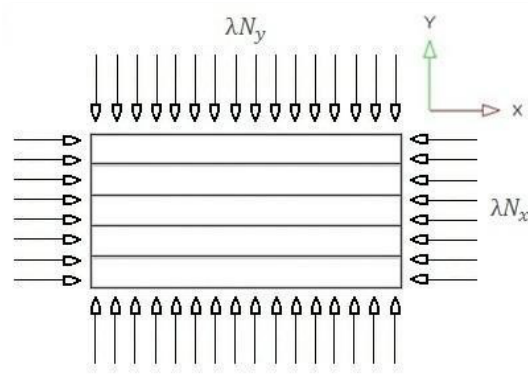
$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

## 1.5 FLAMBAGEM DE COMPÓSITOS LAMINADOS

Os laminados estão sujeitos a carga por unidade de comprimento  $\lambda N_x$  e  $\lambda N_y$  nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Tais cargas de compressão podem causar flambagem na estrutura do laminado, devido a sua usual pequena espessura (JONES, 1999).

O laminado consiste de  $n$  placas, cada uma com espessura constante  $t$ , assume-se também que são simétricas e balanceadas. As dimensões comprimento e largura são identificadas na Equação 22 como  $a$  e  $b$ , respectivamente. A Figura 3 ilustra o laminado sob cargas biaxiais.

FIGURA 3 – Compósito laminado sob cargas biaxiais



FONTE: Os autores (2018)

Na Equação 22,  $m$  e  $n$  são os comprimentos de onda ocasionado pela carga de flambagem, ao longo do comprimento e espessura, respectivamente. A flambagem é calculada com base na fórmula que segue (AYMERICH; SERRA, 2008):

$$\lambda(m, n) = \pi^2 \frac{\left[ D_{11} \left( \frac{m}{a} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left( \frac{m}{a} \right)^2 \left( \frac{n}{b} \right)^2 + D_{22} \left( \frac{n}{b} \right)^4 \right]}{N_x \left( \frac{m}{a} \right)^2 + N_y \left( \frac{n}{b} \right)^2} \quad (22)$$

onde,  $\lambda$  é a magnitude da carga. A mesma é definida com base nos termos da matriz de flexão  $[D]$  e as demais características do material, comprimento e largura. A carga crítica de flambagem  $\lambda$  é aquela na qual o laminado suporta sem apresentar flambagem, isto é, o menor valor de  $\lambda$  ao analisar todas as combinações do par ordenado  $(m, n)$ . Esse valor também deve ser maior que um a fim de evitar falha imediata. Portanto:

$$\lambda_c = \max \lambda(m, n) \quad (23)$$

## 2 METODOLOGIA E ANÁLISE DE RESULTADOS

Esta pesquisa é um estudo de caso, de caráter exploratório e com uma abordagem quantitativa. Buscou-se estudar a flambagem, a meta-heurística *bat algorithm* (YANG; GANDOMI, 2012) e aplicá-los a materiais compósitos laminados, buscando a otimização de parâmetros do material (sequência de empilhamento das lâminas e orientações específicas das mesmas) e da carga útil de flambagem. A pesquisa neste trabalho baseou-se na revisão bibliográfica de artigos na área de otimização estrutural e testes computacionais dos fenômenos (rigidez de extensão, flexão, acoplamento entre lâminas e flambagem) em linguagem de programação orientada a objetos Python (LUTZ; ASCHER, 2003).

Primeiramente, a pesquisa foi fundamentada na análise teórica do material estudado e sua aplicação em materiais compósitos encontrados em livros e publicações científicas. Posteriormente, o algoritmo foi desenvolvido em Python e nessa fase, fez-se uso dos mesmos parâmetros definidos por Yang e Gandomi (2012) conforme apresentado na Tabela 1.

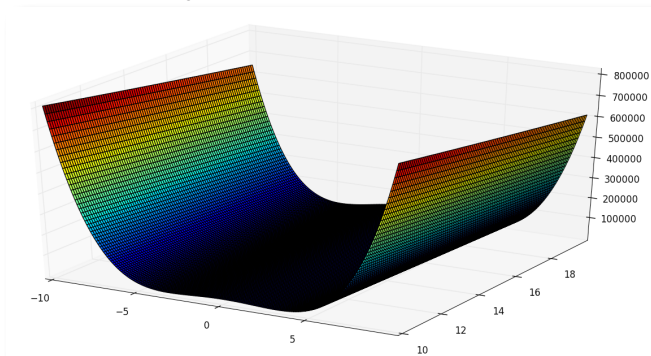
TABELA 1 – Parâmetros utilizados no *Bat Algorithm*

Parâmetros	Valor utilizado
$\alpha$	0,9
$\gamma$	0,9
$\beta$	[0,1]
$f_{\min}$	[0,90]
$f_{\max}$	[45,135]
$A_i$	[1,2]
$r_i$	[0,1]
$\epsilon$	[-1,1]

FONTE: Os autores (2018)

A fim de validar o algoritmo, escolheu-se os resultados obtidos por AL-BETAR et al. (2017) para comparar os valores ótimos de minimização da função Rosenbrock, na Figura 4. Obtendo o resultado conforme disposto na Tabela 2.

FIGURA 4 – Função Rosenbrock



FONTE: Os autores (2018)

TABELA 2 – Resultados minimização das funções Rosenbrock e Esfera

Função	Al-Betar et al. (2017)	Presente trabalho	Percentual
Rosenbrock	8.234E+00	2.391E-01	2.90%

FONTE: Os autores (2018)

Equacionou-se o comportamento mecânico de materiais compósitos laminados (JONES, 1999) na mesma linguagem de programação. Seguindo a mesma linha de procedimentos, com base na bibliografia (MENDONÇA, 2005), validou-se os cálculos dos esforços do composto laminado e para a validação do modelo para cálculo da flambagem, utilizou-se os resultados obtidos por Aymerich e Serra (2008).

Uma vez que todos os modelos encontravam-se validados, escolheu-se o material compósito. Com base no estudo de Aymerich e Serra (2008), os laminados estudados foram lâminas de grafita/epóxi, de espessura  $t = 0,127\text{mm}$  cada uma, com comprimento  $a = 508\text{mm}$ , largura  $b = 127\text{mm}$  e com as seguintes propriedades mecânicas,  $E_1 = 127,59\text{ GPa}$ ,  $E_2 = 13,03\text{ GPa}$ ,  $G_{12} = 6,41\text{ GPa}$  e  $\nu = 0,3$ .

Comparou-se com os melhores resultados dos casos de carregamento 1, 2 e 3 obtidas por Aymerich e Serra (2008) que utilizaram o algoritmo ACO (Algoritmo de colônia de formigas) a fim de otimizar estruturalmente um compósito laminado de 48 lâminas, simétrico, sob as cargas mostradas na Tabela 3.

TABELA 3 – Cargas utilizadas para cada caso de carregamento

Caso 1	Caso 2	Caso 3
$N_x = 175\text{ N/m}$	$N_x = 175\text{ N/m}$	$N_x = 175\text{ N/m}$
$N_y/N_x = 0,125$	$N_y/N_x = 0,25$	$N_y/N_x = 0,5$

FONTE: Os autores (2018)

Nas Tabelas 4, 5 e 6 estão dispostos os resultados otimizados obtidos com o *Ant Colony Optimization Algorithm* e os resultados obtidos no presente trabalho, utilizando o *Bat Algorithm*.

TABELA 4 – Ótimos práticos para o carregamento 1

AYMERICH e SERRA (2008)	Sequência de empilhamento	$[\pm 45, 90_4, \pm 45_2, 90_2, \pm 45_4, 90_2, \pm 45]_s$
	Fator de carga de Flambagem $\lambda_c$	14251,66
Presente Trabalho	Sequência de empilhamento	$[90_2, 45_2, \pm 45_2, 90_2, 45, 0, 90, \pm 45, 90, \pm 45_4]_s$ $[\pm 45_2, 90_2, \pm 45_4, 90_2, \pm 45]_s$ $[90_2, \pm 45_2, 45_2, 90_4, \pm 45_4, 90_4]_s$
	Fator de carga de Flambagem $\lambda_c$	14436,47 / 14501,63 / 14459,12

FONTE: Os autores (2018)

TABELA 5 – Ótimos práticos para o carregamento 2

AYMERICH e SERRA (2008)	Sequência de empilhamento	$[90_{2'} \pm 45_{5'}, (0_{2'} \pm 45, 0_{2'})_s]$
	Fator de carga de Flambagem $\lambda_c$	12674,85
Presente Trabalho	Sequência de empilhamento	$[\pm 45_{2'}, 45_{2'}, 0_{6'}, 90_{4'}, 45_{2'}, 90_{2'} \pm 45_{2'}]_s$ $[45_{4'} \pm 45_{2'}, 0_{4'}, \pm 45_{4'}, 90_{4'}]_s$ $[90_{2'} \pm 45_{4'}, 0_{4'}, \pm 45_{3'}, 45_{4'}]_s$
	Fator de carga de Flambagem $\lambda_c$	12729,92 / 12711,10 / 12698,02

FONTE: Os autores (2018)

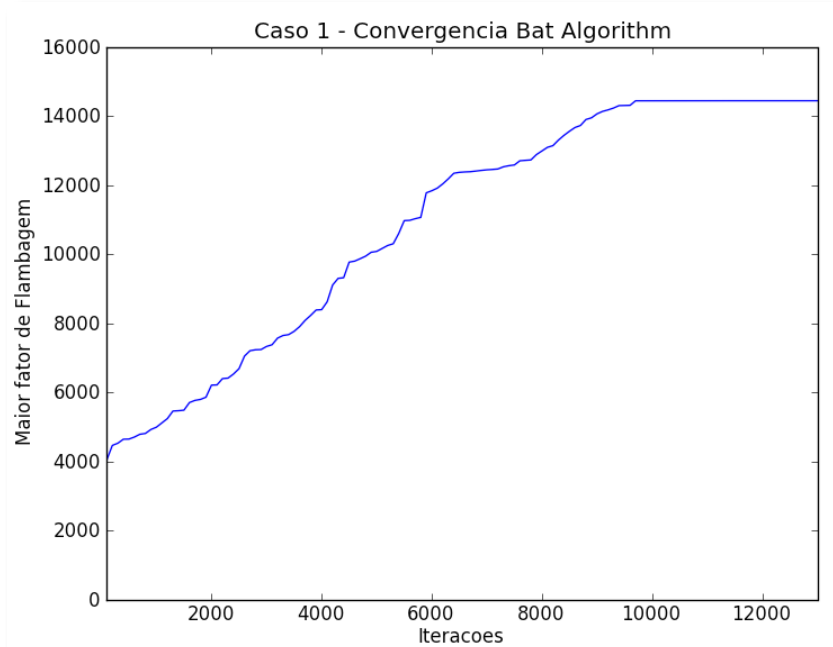
TABELA 6 – Ótimos prático para o carregamento 3

AYMERICH e SERRA (2008)	Sequência de empilhamento	$[90_{2'} \pm 45_{3'}, 90_{4'} \pm 45, 90_{2'} \pm 45_{4'}]_s$
	Fator de carga de Flambagem $\lambda_c$	9990,61
Presente Trabalho	Sequência de empilhamento	$[90_{2'} \pm 45, 90_{2'}, 0_{2'}, 90_{4'} \pm 45_{2'}, 0_{2'}, 90_{2'} \pm 45, 90_{2'}]_s$ $[90_{2'} \pm 45_{4'}, 90_{4'} \pm 45_{2'}, 45_{2'} \pm 45_{4'}]_s$ $[90_{2'} \pm 45_{4'}, 90_{4'} \pm 45_{2'}, 90_{4'} \pm 45]_s$
	Fator de carga de Flambagem $\lambda_c$	9992,46 / 9999,55 / 9990,65

FONTE: Os autores (2018)

Além dos resultados expostos nas Tabelas 4, 5 e 6, fez-se um teste de convergência para cada caso, a fim de verificar se o algoritmo apresentou uma boa velocidade de solução. Ao fim, obteve-se que para o carregamento um, o modelo começou a convergir a partir da iteração 9500. Para o carregamento dois, convergiu a partir da iteração 9000 e para o carregamento três, a partir da iteração 7500. Os testes de convergência para cada caso estão ilustradas nas Figuras 5, 6 e 7.

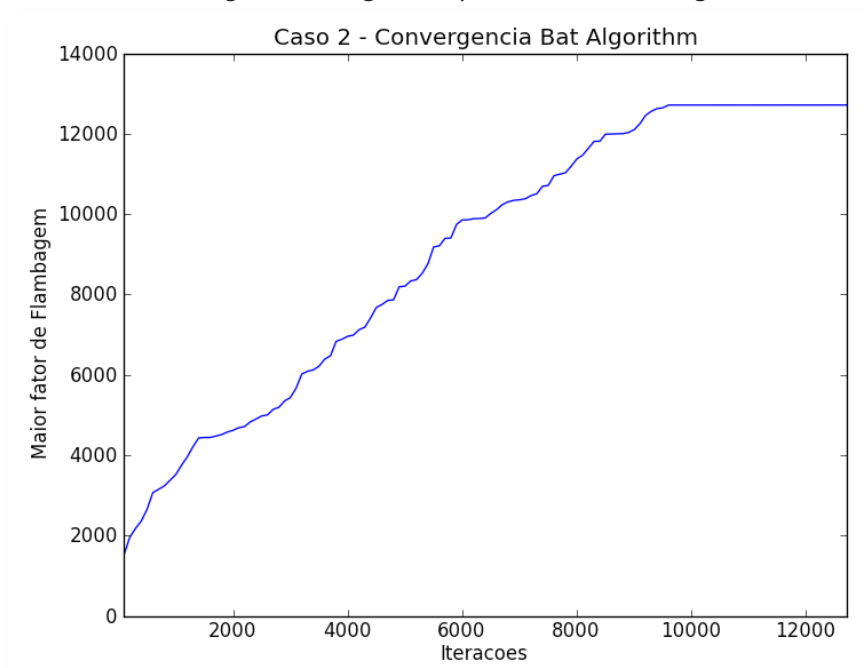
FIGURA 5 – Convergência do Algoritmo para o Caso de Carregamento 1



FONTE: Os autores (2018)

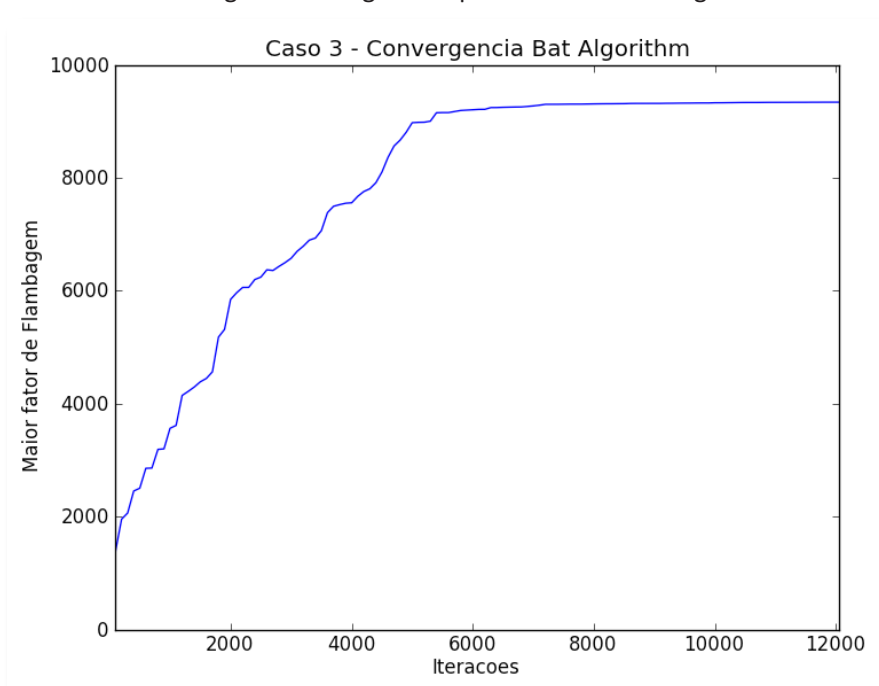


FIGURA 6 – Convergência do Algoritmo para o Caso de Carregamento 2



FONTE: Os autores (2018)

FIGURA 7 – Convergência do Algoritmo para o Caso de Carregamento 3



FONTE: Os autores (2018)

Verificou-se com os testes computacionais, que o *Bat Algorithm* se apresenta como uma alternativa eficaz para a aplicação proposta. Durante a fase de validação, o algoritmo proposto apresentou uma redução de 2,90% durante o cálculo de minimização da função Rosenbrock conforme exposto na Tabela 2.

Para a minimização do máximo fator de flambagem admissível em um compósito laminado, com as configurações propostas e condições de carregamento conforme a Tabela 3, o algoritmo mostrou-se eficaz. Apresentou melhora na minimização do fator de flambagem comparando-se com o ACO aplicado ao caso de carregamento três, por Aymerich e Serra (2008). Além ter-se mostrado eficaz, apresentou boa velocidade de convergência, conforme Figuras 5, 6 e 7.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados obtidos pode-se concluir que a aplicação do algoritmo baseado na ecolocalização de morcegos é válida e aplicável na otimização de compósitos laminados. Considerando que este material é moldável em função de suas propriedades mecânicas, pode-se a partir da simulação computacional com objetivo de criar produtos direcionados para a construção civil ou mecânica. Além da possibilidade de inovar e buscar novas aplicações em diversas outras áreas da engenharia, pois o modelo simulado foi testado para a análise estrutural, entretanto é possível adaptá-lo conforme a necessidade requerida.

Recomenda-se à continuação desse estudo, a variação dos parâmetros do algoritmo a fim de avaliar a influência que cada um dos mesmos apresenta no fator de flambagem obtido no final, além de avaliar qual desses parâmetros resulta em uma convergência mais acelerada. Pode-se ainda, como alternativa para geometrias mais complexas, a realização de outros testes computacionais com relação a esse material, aplicar o método dos elementos finitos.

## REFERÊNCIAS

- AL-BETAR, M. A. et al. Bat-inspired algorithms with natural selection mechanisms for global optimization. **Neurocomputing**, v. 273, n. 17, p. 448-465, Aug. 2017.
- AYMERICH, F.; SERRA, M. Optimization of laminate stacking sequence for maximum buckling load using the ant colony optimization (ACO) metaheuristic. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 39, n. 2, p. 262-272, Feb. 2008.
- CALLISTER, W. D. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. Rio de Janeiro: John Wiley & Sons, 2007.
- CASTRO, L. N. de. **Fundamentals of natural computing: basic concepts, algorithms, and applications**. São Paulo: Chapman & Hall; CRC, 2006.
- CORMEN, T. H. et al. **Introduction to algorithms**. Massachusetts: MIT, 2009.
- DORIGO, M.; STÜTZLE, T. **Ant colony optimization**. Cambridge: MIT, 2004.
- GÜRDAL, Z.; HAFTKA, R. T.; HAJELA, P. **Design and Optimization of Laminated Composite Materials**. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- JONES, R. M. **Mechanics of composite materials**. Washington, D.C.: Scripta Book Company, 1999.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 4., 1995, Perth. **Proceedings...** Perth: IEEE, 1995. p. 1942-1948.
- KNUTH, D. E. **The art of computer programming**. Stanford: Addison-Wesley, 1997. v. 1: Fundamental Algorithms.
- KOIDE, R. M. **Algoritmo de colônia de formigas aplicado à otimização de materiais compostos laminados**. 2010. 113 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2010.
- \_\_\_\_\_. **Aplicação de regressão de vetores de suporte na otimização em flambagem e pós-flambagem de estruturas compostas laminadas**. 2016. 137 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.
- LEAVITT, D. **The Man Who Knew Too Much: Alan Turing and the Invention of the Computer**. New York: W. W. Norton & Company, 2007.
- LUTZ, M.; ASCHER, D. **Learning Python**. 2<sup>nd</sup> ed. Sebastopol: O'Reilly & Associates, 2004.
- MENDONÇA, P. T. R. **Materiais compostos & estruturas-sanduíche: projeto e análise**. Barueri: Manole, 2005.
- NAIK, G. N. et al. Nature inspired optimization techniques for the design optimization of laminated composite structures using failure criteria. **Expert Systems with Applications**, v. 38, n. 3, p. 2489-2499, Mar. 2011.
- PEREIRA, J. C. **Curso de projeto estrutural com materiais compostos**. 122 f. Florianópolis: UFSC, 2003.
- WANG, W. et al. A modified ant colony algorithm for the stacking sequence optimization of a rectangular laminate. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 41, n. 5, p. 711-720, May 2010.
- YANG, X. S.; GANDOMI, A. H. Bat algorithm: a novel approach for global engineering optimization. **Engineering Computations**, v. 29, n. 5, p. 464-483, Nov. 2012.

